

М. А. Будылин¹, С. В. Соколов²

ВЛИЯНИЕ ВИДА РАСПРЕДЕЛЕНИЯ РАСПОЛАГАЕМОЙ МОЩНОСТИ И РАЗМЕРА ШТРАФОВ НА ОПРЕДЕЛЕНИЕ ОПТИМАЛЬНОГО ПЛАНА ГИДРОЭЛЕКТРОСТАНЦИИ

¹ Сибирский государственный аэрокосмический университет имени академика М. Ф. Решетнева, Российская Федерация, 660014, Красноярск, пр. имени газеты «Красноярский рабочий», 31

² Санкт-Петербургский государственный университет, Российская Федерация, 199034, Санкт-Петербург, Университетская наб., 7–9

Рассматривается задача выбора оптимального плана располагаемой мощности гидроэлектростанции (ГЭС) в зависимости от вида распределения располагаемой мощности, а также величины штрафа за отличие фактической располагаемой мощности от плановой. Предполагается, что располагаемая мощность может характеризоваться различными видами симметричных распределений, а размер штрафа может варьироваться от 0 до ∞ от объема плановой поставки мощности. Решена задача выбора планового значения располагаемой мощности, которое максимизирует финансовый результат работы ГЭС на оптовом рынке электроэнергии и мощности. По результатам исследования сделаны выводы об особенностях планирования располагаемой мощности. Разработан программный комплекс, решающий поставленную задачу. Библиогр. 8 назв. Ил. 2.

Ключевые слова: оптовый рынок электроэнергии и мощности, конкурентный отбор мощности, модель определения оптимального плана, ГЭС.

М. А. Будылин¹, С. В. Соколов²

THE INFLUENCE OF AVAILABLE CAPACITY DISTRIBUTION TYPE AND FINES ON THE OPTIMAL PLAN OF THE AVAILABLE CAPACITY OF THE HYDROELECTRIC POWER PLANT

¹ Reshetnev Siberian State Aerospace University, 31, Krasnoyarsky Rabochy pr., 660014, Krasnoyarsk, Russian Federation

² St. Petersburg State University, 7–9, Universitetskaya nab., St. Petersburg, 199034, Russian Federation

The article deals with the optimal hydroelectric power available capacity planning considering the distribution of available capacity and the penalty for difference between actual and planned available capacity. It is assumed that the available capacity may be characterized by different types of symmetrical distributions, and the penalty can range from 0 to ∞ of the difference between actual available capacity and planned. The planned value of the available capacity is determined, which maximizes the financial results of the hydroelectric power plants on the wholesale electricity market. Suggestions were made for available capacity planning optimization. A software package for calculating the optimal plan of available capacity hydroelectric power is developed. Refs 8. Figs 2.

Keywords: wholesale electricity and capacity market, competitive capacity selection, model for determination the optimal plan, hydroelectric power plants.

Будылин Михаил Александрович — аспирант, главный специалист отдела энерготрейдинга ПАО «Красноярская ГЭС»; budylin.ma@yandex.ru

Соколов Сергей Владимирович — кандидат физико-математических наук, доцент; s.sokolov@spbu.ru

Budylin Mikhail Aleksandrovich — post-graduate student, chief expert of the energy trading department, JSC Krasnoyarsk Hydro-Power Station; budylin.ma@yandex.ru

Sokolov Sergei Vladimirovich — candidate of physical and mathematical sciences, associated professor; s.sokolov@spbu.ru

© Санкт-Петербургский государственный университет, 2016

Введение. С целью обеспечения объема генерирующей мощности, достаточного для удовлетворения спроса на электрическую энергию на оптовом рынке электроэнергии и мощности (ОРЭМ), генерирующие компании для определения плановых объемов поставок должны ежегодно принимать участие в конкурентном отборе мощности (КОМ), проводимом системным оператором ЕЭС России. В рамках КОМ осуществляется отбор ценовых заявок поставщиков исходя из критерия покрытия спроса и минимизации цены для потребителей при условии соответствия генерирующего оборудования минимальным техническим требованиям. В соответствии с п. 51 Правил ОРЭМ объем мощности, фактически поставленной на оптовый рынок в соответствующем календарном месяце, рассчитывается системным оператором ЕЭС России исходя из предельного объема поставки с учетом выполнения поставщиком условий поддержания генерирующего оборудования в состоянии готовности к выработке электрической энергии [1, 2].

Объем мощности, фактически поставленной на ОРЭМ, $N_{\text{пост}}$, с использованием генерирующего оборудования гидроэлектростанции (ГЭС), мощность которого отобрана на КОМ, в соответствии с п. 51 Правил ОРЭМ, а также п. 5.6 Регламента определения объемов фактически поставленной на оптовый рынок мощности [1, 3], рассчитывается по следующей формуле:

$$N_{\text{пост}} = \max(0; \min(N_{\text{ком}}; \min(N_{\text{по}}; N_{\text{ум}}) - N_{\text{нед}}) - N_{\text{сн}}),$$

где $N_{\text{ком}}$ — объем плановой располагаемой мощности, отобранной на КОМ; $N_{\text{по}}$ — предельный объем поставки мощности; $N_{\text{ум}}$ — объем установленной мощности; $N_{\text{нед}}$ — объем недопоставки мощности; $N_{\text{сн}}$ — объем потребления мощности на собственные и хозяйственные нужды.

Некоторые из переменных в вышеприведенной формуле ($N_{\text{по}}$, $N_{\text{ум}}$, $N_{\text{сн}}$) являются условно постоянными. Предельный объем поставки мощности определяется при проведении тестирования оборудования с целью аттестации (которая проводится 1 раз в 3 года). Установленная мощность может изменяться в связи с вводом/ выводом из эксплуатации генерирующего оборудования, а также в случае изменения технических параметров после проведения модернизации/реконструкции.

Таким образом, к основным переменным, влияющим на $N_{\text{пост}}$, относятся объем плановой располагаемой мощности и объем недопоставки мощности. Последний рассчитывается как сумма нескольких составляющих, наиболее существенной из которых является объем недопоставки мощности, определяемый способностью к выработке электроэнергии ($N_{\text{сн}}$). Этот показатель, в свою очередь, можно условно разложить на следующие части, вызванные:

- 1) выходом из строя генерирующего оборудования;
- 2) технологическими ограничениями в результате несоответствия объема мощности, отобранной на КОМ, и фактической располагаемой мощности ($N_{\text{факт}}$), при этом отличие $N_{\text{факт}}$ от $N_{\text{ком}}$ ($N_{\text{факт}} < N_{\text{ком}}$) приводит к уплате штрафа в размере 5% от разницы. Для ГЭС технологическими ограничениями служат ограничения по напору.

Показатель $N_{\text{ком}}$ для целей подачи ценовых заявок на КОМ в отношении ГЭС принимается в заявительном порядке. В соответствии с п. 108 Правил ОРЭМ для продажи мощности ГЭС на КОМ могут быть поданы только ценопринимające заявки, что практически гарантирует отбор всего заявленного объема на каждый месяц года поставки. Объем фактической располагаемой мощности является случайной величиной, зависящей от напора, который для целей среднесрочного планирования

определяется на основе уровня воды в верхнем бьефе станции. Для ГЭС годового регулирования уровень воды в верхнем бьефе, а соответственно и фактическая располагаемая мощность могут колебаться от года к году и при этом весьма значительно [4]. К основным факторам, влияющим на уровень верхнего бьефа, относятся:

- значение отметки уровня на начало отчетного года;
- расход воды, устанавливаемый водным регулятором на основании правил водопользования и складывающейся водной ситуации;
- объем выпавших осадков;
- объем весеннего паводка (в том числе в зависимости от зимних осадков).

Исходя из вышеизложенного, для оптимизации финансового результата работы ГЭС на ОРЭМ в отношении объема фактически поставленной мощности, при планировании располагаемой мощности для подачи на КОМ необходимо учитывать размер штрафного коэффициента за ошибку в планировании, а также информацию о виде распределения фактической располагаемой мощности в каждый из месяцев планирования на основе исторических данных. Здесь и далее под оптимальным планом будем понимать такой объем располагаемой мощности для подачи на конкурс $N_{\text{ком}}$, при котором математическое ожидание прибыли будет наибольшим. Для случаев дискретного распределения случайной величины существуют несколько способов выбора наилучшей стратегии, такие как критерии Вальда, Гурвица, Сэвиджа [5], а также численные методы, реализующие анализ рисков для принятия решений в условиях неопределенности, например, на основе метода Монте-Карло [6].

В работе [7] предложена математическая модель для определения оптимального плана. С помощью правила максимизации ожидаемого дохода для непрерывного случая [8] была получена формула для вычисления оптимального плана для случая, когда располагаемая мощность равномерно распределена в диапазоне от минимального N_{min} до максимального N_{max} значения за 25 лет наблюдений. Такое упрощение может быть принято только в первом приближении, так как реальное распределение располагаемой мощности может значительно отличаться от равномерного, в частности, оно обычно характеризуется снижением плотности вероятности к концам промежутка $[N_{\text{min}}, N_{\text{max}}]$.

Оптимальный план для произвольного распределения. Учитывая прямую зависимость между поставленной на оптовый рынок мощностью и выручкой, все расчеты будем производить в объемных величинах. Обозначим q — искомый план в мегаваттах (МВт).

Пусть объем фактической располагаемой мощности равен N (МВт). Если $q \leq N$, тогда фактический объем больше планового и объем поставки на оптовый рынок составит q , объем $N - q$ (МВт) предприятие продать не сможет ввиду заниженного плана. Если же $q > N$, тогда объем поставки составит $N + p(N - q)$ (реализовано только N , что меньше плана, кроме того, предприятие штрафует на величину недопоставки с коэффициентом $p > 0$).

Для определения объема поставки построим функцию прибыли от случайной величины

$$Z(q, N) = \begin{cases} N + p(N - q), & q > N, \\ q, & q \leq N. \end{cases} \quad (1)$$

В результате проблема поиска оптимального плана сводится к следующей математической задаче. Пусть для случайной величины N (см. (1)) дана дифференцируемая функция распределения $F(N)$ и задан коэффициент штрафа $p > 0$. Требуется

найти величину q , доставляющую максимум математическому ожиданию функции прибыли $Z(q, N)$.

Решение задачи. Частная производная функции прибыли $Z'_q(q, N) = -p$ при $q > N$ и $Z'_q(q, N) = 1$ при $q \leq N$.

Производная математического ожидания как функции q равна

$$\frac{dM[Z(q, N)]}{dq} = \int_{-\infty}^{+\infty} Z'_q(q, N) dF(N) = -p \int_{-\infty}^q dF(N) + \int_q^{+\infty} dF(N) = 1 - (1+p)F(q).$$

Из вида функции прибыли следует, что математическое ожидание — вогнутая функция. Из равенства нулю выражения для ее производной следует, что максимум будет достигаться при любом корне уравнения

$$F(q) = (1+p)^{-1},$$

или, иначе говоря, оптимальное значение плана q есть квантиль функции распределения $F(N)$ порядка $(1+p)^{-1}$.

Оптимальный план для различных видов распределения. Предположим, что фактическая располагаемая мощность с учетом гидрографических условий работы ГЭС имеет некоторое распределение от N_{\min} до N_{\max} . Плотность распределения

$$f(N) = \begin{cases} 0, & N < N_{\min}, \\ \varphi(N), & N_{\min} \leq N \leq N_{\max}, \\ 0, & N > N_{\max}. \end{cases} \quad (2)$$

Здесь $\varphi(N) > 0$ — непрерывная функция, удовлетворяющая условию нормировки

$$\int_{-\infty}^{+\infty} f(N) dN = \int_{N_{\min}}^{N_{\max}} \varphi(N) dN = 1.$$

Оптимальный план для случая распределения располагаемой мощности, заданного функцией (2), определяется из уравнения

$$\int_{N_{\min}}^q \varphi(N) dN = \frac{1}{p+1}.$$

Простейший случай равномерного распределения рассмотрен в [5]. Пусть случайная величина N имеет плотность распределения (2) с $\varphi(N) = 1/\Delta$, $\Delta = N_{\max} - N_{\min}$. Тогда оптимальный план равен

$$q = \frac{N_{\max} + pN_{\min}}{p+1} = N_{\min} + \frac{\Delta}{p+1}.$$

Пусть теперь распределение имеет вид усеченного нормального распределения с математическим ожиданием $\mu = (N_{\max} + N_{\min})/2$ и дисперсией $\sigma > 0$ (рис. 1)

$$f(N) = \begin{cases} 0, & N < N_{\min}, \\ \frac{1}{A\sqrt{2\pi}\sigma} \exp\left(-\frac{(N-\mu)^2}{2\sigma^2}\right), & N_{\min} \leq N \leq N_{\max}, \\ 0, & N > N_{\max}. \end{cases}$$

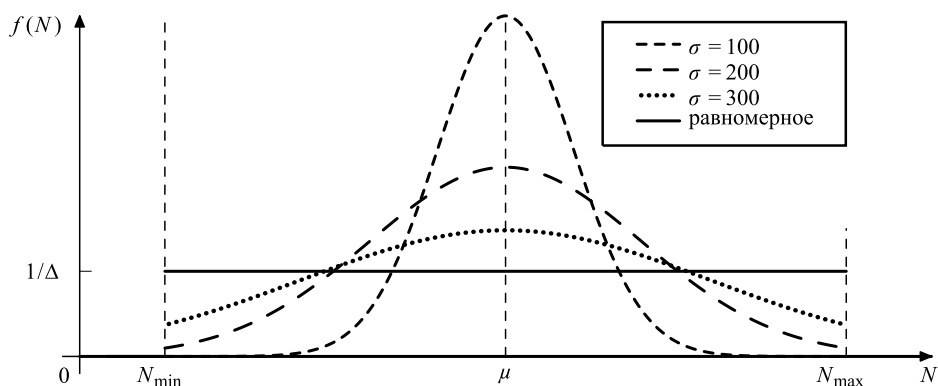


Рис. 1. Усеченное нормальное распределение

Здесь A определяется из условий нормировки

$$\int_{N_{\min}}^{N_{\max}} \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp\left(-\frac{(N-\mu)^2}{2\sigma^2}\right) dN = A.$$

Оптимальная точка находится из соотношения

$$\int_{N_{\min}}^q \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp\left(-\frac{(N-\mu)^2}{2\sigma^2}\right) dN = \frac{A}{p+1}.$$

Рассмотрим численное моделирование на примере одной из ГЭС Ангара-Енисейского каскада. Пусть $N_{\min} = 4000$ МВт, $N_{\max} = 5000$ МВт, тогда $\mu = 4500$ МВт. Численно найдем оптимальную точку q при разных $p \in [0, +\infty)$ и $\sigma = 100, 200, 300$.

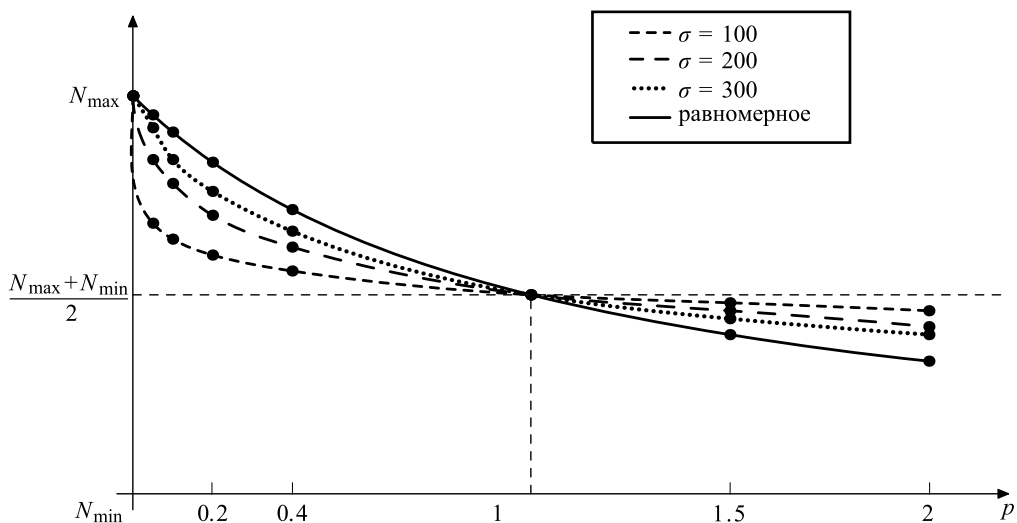


Рис. 2. Зависимость оптимальной точки от p

На рис. 2 видно, что чем больше σ , т. е. чем ближе распределение к равномерному, тем медленнее убывает q . При маленьких σ оптимальное соотношение резко падает даже при малых p .

Отсюда имеет особое значение выбор функции распределения (2), так как в случае действующих тарифов в размере $p = 0.05$ при равномерном распределении $q = N_{\min} + 0.95\Delta$, в то время как при нормальном распределении с $\sigma = 100$ она будет равна $q = N_{\min} + 0.68\Delta$. Для рассмотренного примера разница составляет 270 МВт или около 48 млн р. (при цене КОМ 179 000 р./ МВт).

Заключение. По результатам работы можно сделать следующие выводы:

1. Вид выбранной функции распределения мощности решающим образом влияет на величину оптимального плана, в связи с этим генерирующим компаниям целесообразно проводить отдельные исследования для более точного прогнозирования величины располагаемой мощности.

2. При малых размерах штрафов $p \ll 1$ генерирующим предприятиям выгодно заявлять на КОМ мощность значительно выше математического ожидания, что в отдельные периоды (например, в маловодные годы) может приводить к массовым недопоставкам мощности по всей отрасли.

3. Для случаев симметричного распределения (2) оптимальный план будет соответствовать математическому ожиданию только в случае, когда штраф равен 100% ($p = 1$).

Авторами разработан программный комплекс, предназначенный для анализа статистических данных и реализующий выбор оптимального плана в зависимости от выбранного пользователем вида функции распределения (равномерное, нормальное или треугольное). Пользователь вводит имеющиеся данные по выработке мощности за последние годы и действующий на текущий год план, после чего программа подбирает функцию распределения с наименьшим отклонением от внесенных данных, предлагает новое значение оптимального плана и оценивает математическое ожидание повышения прибыли за счет оптимизации.

Литература

1. Правила оптового рынка электрической энергии и мощности. Утв. Постановлением Правительства РФ от 27 декабря 2010 г. № 1172.
2. Федеральный закон от 26 марта 2003 г. № 35-ФЗ «Об электроэнергетике» (с изменениями и дополнениями).
3. Приложение № 13 к Договору о присоединении к торговой системе оптового рынка. Регламент определения объемов фактически поставленной на оптовый рынок мощности. [Электрон. ресурс] URL: <http://www.np-sr.ru/regulation/joining/reglaments/index.htm> (дата обращения: 21.02.2016).
4. Асарин А. Е., Бестужева К. Н. Водно-энергетические расчеты. М.: Энергоатомиздат, 1986. 224 с.
5. Протасов И. Д. Теория игр и исследование операций. М.: Гелиос АРВ, 2006. 368 с.
6. Clemens R., Reilly T. Making Hard Decisions with DecisionTools: An Introduction to Decision Analysis. 3rd ed. Stamford, CT: Cengage, 2014. 844 p.
7. Будылин М. А., Соколов С. В. Модель определения оптимального плана располагаемой мощности ГЭС с учетом ее равномерного распределения // Современные проблемы науки и образования. 2014. № 06. [Электрон. ресурс] URL: <http://www.science-education.ru/ru/article/view?id=16520> (дата обращения: 21.02.2016).
8. De Groot M. Optimal Statistical Decisions. Wiley: Wiley Classics Library Publ., 2004. 512 p. (Originally publ. 1970).

References

1. *Pravila optovogo rynka elektricheskoi energii i moshchnosti* [The Wholesale Electricity and

Capacity Market Rules.] Appr. by the Russian Federation Government Resolution no. 1172 of December 27, 2010. (In Russian)

2. *Federal'nyi zakon ot 26 marta 2003 g. no. 35-FZ "Ob elektroenergetike" (s izmeneniiami i dopolneniiami)* [*Federal Law no. 35-FZ of March 26, 2003 "On the Electric Power Industry"*] (with amendments). (In Russian)

3. *Prilozhenie no. 13 k Dogovoru o prisoedinenii k torgovoi sisteme optovogo rynka. Reglament opredeleniia ob'emov fakticheski postavlennoi na optovyi rynek moshchnosti* [Appendix no. 13 to Wholesale Market Trading System Accession Contract. Regulation for Determination of the Capacity Delivery to the Wholesale Market]. Available at: <http://www.np-sr.ru/regulation/joining/reglaments/index.htm> (accessed: 21.02.2016). (In Russian)

4. Asarin A. E., Bestuzheva K. N. *Vodno-energeticheskie raschety* [Water and energy calculations]. Moscow, Energoatomizdat Publ., 1986, 224 p. (In Russian)

5. Protasov I. D. *Teoriya igr i issledovanie operacij* [Game theory and operations research]. Moscow, Helios ARV Publ., 2006, 368 p. (In Russian)

6. Clemen R., Reilly T. *Making Hard Decisions with DecisionTools: An Introduction to Decision Analysis*. 3rd ed. Stamford, CT, Cengage, 2014, 844 p.

7. Budylin M. A., Sokolov S. V. Model' opredeleniya optimal'nogo plana raspolagaemoj moshchnosti GES s uchetom ee ravnomernogo raspredeleniya [Model for determination the optimal plan of the available capacity of the HPPs with uniform distribution]. *Sovremennye problemy nauki i obrazovaniya* [Modern problems of science and education], 2014, no. 06. Available at: <http://www.science-education.ru/ru/article/view?id=16520>. (accessed: 21.02.2016). (In Russian)

8. De Groot Morris. *Optimal Statistical Decisions*. Wiley, Wiley Classics Library Publ., 2004. 512 p. (Originally publ. 1970).

Статья рекомендована к печати проф. Л. А. Петросяном.

Статья поступила в редакцию 14 октября 2015 г.

Статья принята к печати 25 февраля 2016 г.